Lycée Pilote Bourguiba Tunis

Mr Masmoudi Radhouane *Classes 3° maths et sc exp*

Série produit scalaire dans le plan

Exercice 1

Soient A(3 ; 6) ; B(-1 ; -2) et $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\m\end{pmatrix}$

1) Déterminer m pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\vec{u}$ soient :
   a)orthogonaux
   b)colinéaires
2) Pour $m = -3$
   a) Calculer $\vec{u}.\overrightarrow{AB}$.
   b) En déduire une valeur de $\cos(\widehat{\vec{u},\overrightarrow{AB}})$.
3) Déterminer une équation cartésienne de la droite orthogonale à (AB) et passant par A.

Exercice 2

On donne les points A et B tel que AB = 3

1) Soit G le barycentre des points pondérés {A ; 1} et {B ; 4}
   Déterminer GA^2 et GB^2.
2) Soit E = {M appartient à $\mathscr{P}$/ $MA^2-4MB^2 = 6$} déterminer et construire l'ensemble E.

Exercice 3

Soit ABC un triangle tel que AB = AC = 5 et BC = 6 et soit I = A*B

1) Calculer AI
2) Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 7$.
3) Déterminer l'ensemble E = {M appartient à $\mathscr{P}$/ $MA^2-3MI^2 = 44$}.
4) Soit G le centre de gravité de ABC.

On pose f : $\mathscr{P} \longrightarrow$ IR ; M $\longmapsto$ f(M) tel que $f(M) = \overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{MG}$.

a) Calculer f(A) et f(C).
b) Montrer que pour tout point M du plan on a $f(M) = MG^2+f(G)$.
c) Déterminer suivant le réel a l'ensemble Fa = {M appartient à $\mathscr{P}$/ f(M) = a}.

Exercice 4

1) Soient A et B deux points distincts et $I = A*B$.

a) Construire un point C tel que le triangle AIC soit rectangle et isocèle en I.

b) Montrer que $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB} = -\frac{AI^2}{2}$.

3) Déterminer puis construire l'ensemble $E = \{M \text{ appartient à } \mathscr{P} / \overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB} = \frac{AB^2}{8}\}$.

Exercice 5

Soit ABC un triangle équilatéral direct de côté $a > 0$. Soit D le point vérifiant $2\overrightarrow{DA} - 2\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \vec{0}$.

1) Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ en fonction de a.
2) Montrer que (AB) est parallèle à (DC).
3) Calculer $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BD}$. En déduire une construction de D.
4) Soit $f : \mathscr{P} \rightarrow \mathrm{IR}$; $M \mapsto f(M)$ tel que $f(M) = 2MA^2 - 2MB^2 - MC^2$.
   a) Vérifier que $f(C) = 0$.
   b) Exprimer $f(M)$ en fonction de MD et a.
   c) En déduire l'ensemble F des points M tels que $f(M) = 0$.
5) Soit $g : \mathscr{P} \rightarrow \mathrm{IR}$; $M \mapsto g(M)$ tel que $g(M) = 2\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{DB} + a^2$. Déterminer l'ensemble G des points M tels que $g(M) = a^2$.
6) Soit I le point d'intersection de F et G autre que C. Montrer que CDI est triangle équilatéral.